VINCERE AL SUPERENALOTTO

Il sogno di tutti gli italiani è vincere al Superenalotto. Ma quale è l'effettiva possibilità di realizzare una vincita a quel gioco?

Il discorso è abbastanza semplice (si fa per dire). Prendete un sacchetto che contiene i 90 numeri della tombola e dite ad un bambino di estrarre 6 numeri a caso. Colorate con un pennarello rosso i numeri così estratti e rimetteteli nel sacchetto. Dite poi al bambino di effettuare altre estrazioni simili rimettendo ogni volta i numeri estratti nel sacchetto e controllate quanti numeri segnati col pennarello vengono estratti di volta in volta.

Vi accorgerete che nella maggior parte dei casi non sarà estratto neanche un numero di quelli segnati, qualche volta ne apparirà uno, più raramente due, con una buona dose di tentativi potrebbero essere tre, dopo qualche tempo un'estrazione ne darà quattro, per cinque bisogna aspettare qualche giorno e infine per sei forse tutta la vita.

Per chiarire queste affermazioni riduciamo i numeri da 90 a 5 e l'estrazione da 6 a 3. Vediamo quindi in quanti modi si possono estrarre tre numeri da un gruppo di cinque e riportiamoli nella tabella sottostante:

Terne
1-2-3
1-2-4
1-2-5
1-3-4
1-3-5
1-4-5
2-3-4
2-3-5
2-4-5
3-4-5

Come possiamo vedere da cinque numeri è possibile *combinare* tre numeri diversi per ben dieci volte.

Per conoscere tutti possibili raggruppamenti in casi del genere non è necessario costruire ogni volta la tabella vista nell'esempio precedente, anche perché potrebbe avere dimensioni enormi. In matematica si parla di *combinazione* di *n* elementi presi a gruppi di *k* e si indica con la seguente notazione:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

Questa espressione permette di conoscere il numero di combinazioni che si possono ottenere estraendo da un numero *n* di oggetti un sottoinsieme *k* di essi. Vi ricordo che la notazione

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-2) \cdot (n-1) \cdot n$$

si chiama *fattoriale* di *n* e rappresenta il prodotto di tutti i numeri interi da 1 fino a *n*.
Ad esempio

$$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24 .$$

Per definizione

$$0! = 1 .$$

Torniamo all'esempio precedente e calcoliamo tutte le combinazioni che si possono ottenere estraendo 3 oggetti da un gruppo di 5:

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{2! 3!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3} = 10$$

Possiamo estendere il discorso a tutti i sottoinsiemi possibili di un gruppo di 5 oggetti e precisamente:

$$\binom{5}{1} = 5; \quad \binom{5}{2} = 10 \quad ; \binom{5}{3} = 10; \quad \binom{5}{4} = 5; \quad \binom{5}{5} = 1 .$$

Anche se in questo contesto non ha senso possiamo, per completezza, calcolare anche

$$\binom{5}{0} = 1 .$$

Rifacciamo, per curiosità, la tabella precedente in tutti i casi

<table>
<tr><th colspan="5">n=5</th></tr>
<tr><th>k=1</th><th>k=2</th><th>k=3</th><th>k=4</th><th>k=5</th></tr>
<tr><td rowspan="2">1</td><td>1-2</td><td>1-2-3</td><td rowspan="2">1-2-3-4</td><td rowspan="10">1-2-3-4-5</td></tr>
<tr><td>1-3</td><td>1-2-4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td>1-4</td><td>1-2-5</td><td rowspan="2">1-2-3-5</td></tr>
<tr><td>1-5</td><td>1-3-4</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3</td><td>2-3</td><td>1-3-5</td><td rowspan="2">1-2-4-5</td></tr>
<tr><td>2-4</td><td>1-4-5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td>2-5</td><td>2-3-4</td><td rowspan="2">1-3-4-5</td></tr>
<tr><td>3-4</td><td>2-3-5</td></tr>
<tr><td rowspan="2">5</td><td>3-5</td><td>2-4-5</td><td rowspan="2">2-3-4-5</td></tr>
<tr><td>4-5</td><td>3-4-5</td></tr>
</table>

Torniamo ora al Superenalotto o, il che è lo stesso, al bambino con la tombola. In questo caso gli oggetti sono 90 e il sottoinsieme è formato da gruppi di 6:

$$\binom{90}{6} = \frac{90!}{84! \cdot 6!} = \frac{85 \cdot 86 \cdot 87 \cdot 88 \cdot 89 \cdot 90}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = 622.614.630$$

il risultato è un numero impressionante. Basti pensare che, se il bambino impiegasse per ogni estrazione 15 secondi, ci vorrebbero ben 296 anni (senza smettere per mangiare o dormire) affinché, in media, egli possa estrarre tutte le combinazioni possibili.
Un foglio di carta da fotocopiatrice (40 grammi/mq) ha uno spessore di circa 0,1 mm; se si mettono 622.614.630 fogli uno sull'altro si costruisce una torre alta più di 62 km.
Un uomo di statura media facendo una "passeggiata" di 622.614.630 passi riuscirebbe a coprire per 9 volte il giro della Terra.
Si possono fare decine di esempi che mettono in evidenza l'enormità di quel numero. Fortunatamente però, al Superenalotto si vince anche con il tre, con il quattro, con il cinque e anche con il cinque più uno. Analizziamo in dettaglio tutte le possibilità che si possono ottenere rispetto all'estrazione vincente. Ritorniamo dal bambino con la tombola nel sacchetto abbiamo 90 numeri dei quali 6 segnati col pennarello che rappresenta la colonna vincente e 84 non segnati. Vogliamo determinare delle 622.614.630 combinazioni, quante possono generare una estrazione senza numeri segnati. Il calcolo si fa determinando le combinazioni che si ottengono raggruppando 6 elementi estratti da un insieme di 84, cioè:

$$\binom{84}{6} = 406.481.544$$

Come si può vedere di tutte le estrazioni circa i due terzi forniscono punteggio zero.
L'espressione di cui sopra si può anche scrivere così:

$$\binom{6}{0} \cdot \binom{84}{6} = 406.481.544$$

essendo

$$\binom{6}{0} = 1$$

per definizione.
Se invece vogliamo determinare quante estrazioni contengono un solo numero segnato, bisogna moltiplicare le combinazioni che si ottengono raggruppando 1 elemento da un

gruppo di 6 con quelle che si ottengono raggruppando 5 elementi da un insieme di 84, cioè:

$$\binom{6}{1}\cdot\binom{84}{5} = 6\cdot 30.872.016 = 185.232.096$$

quelle con due numeri segnati sono invece:

$$\binom{6}{2}\cdot\binom{84}{4} = 15\cdot 1.929.501 = 28.942.515$$

e così via

$$\binom{6}{3}\cdot\binom{84}{3} = 20\cdot 95.284 = 1.905.680$$

$$\binom{6}{4}\cdot\binom{84}{2} = 15\cdot 3.486 = 52.290$$

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{84}{1} = 6\cdot 84 = 504$$

$$\binom{6}{6}\cdot\binom{84}{0} = 1\cdot 1 = 1$$

In altre parole, giocando una colonna al Superenalotto, abbiamo:

Realizzare un	Possibilità
6	1
5	504
4	52.290
3	1.905.680
2	28.942.515
1	185.232.096
0	406.481.544
Totale	622.614.630

E il 5+1? In tal caso dobbiamo dire al bambino di estrarre 7 numeri dei quali 6 vanno marchiati col pennarello rosso e 1 con il pennarello blu (il numero jolly). La possibilità di realizzare il 5+1 è data dal prodotto delle combinazioni ottenute raggruppando 5 elementi da un insieme di 6 (numeri rossi), 1 elemento da un insieme di 1 (numero blu) e 1 elemento da un insieme di 83 (numeri non marchiati) cioè:

$$\binom{6}{5}\cdot\binom{1}{1}\cdot\binom{83}{1}=6\cdot1\cdot83=498$$

Attenzione, questo risultato potrebbe trarre in inganno: sembrerebbe infatti che la possibilità di fare 5+1 (498) sia quasi la stessa di fare 5 (504). In realtà quel 498 non va riferito alle 622.614.630 combinazioni, ma ad un numero molto più elevato; infatti i numeri estratti sono sette, sei più il carattere jolly. Estraendo sette numeri da un insieme di novanta si hanno ben

$$\binom{90}{7}=7.471.375.560$$

combinazioni. In definitiva per calcolare le possibilità di realizzare il 5+1 bisogna rapportare il risultato a circa sette miliardi e mezzo di combinazioni e non a seicentoventiduemilioni. In altre parole per il 5+1 si hanno le seguenti possibilità:

$$498\cdot\frac{622.614.630}{7.471375.560}=41{,}5$$

Possiamo ora, in definitiva, completare la tabella parlando questa volta non solo di possibilità, ma soprattutto di probabilità:

Realizzare un	Possibilità	Probabilità (%)
6	1	0,00000016
5+1	41,5	0,0000067
5	504	0,000081
4	52.290	0,0084
3	1.905.680	0,31
2	28.942.515	4,65
1	185.232.096	29,75
0	406.481.544	65,28

Possiamo allora vincere? Vediamo di fare un po' di conti; al Superenalotto vengono effettuate due estrazioni settimanali per un totale di circa 100 all'anno. Giocando sistematicamente due colonne si ha:

Per fare un	Ci vorranno in media
6	3.113.073 anni
5+1	150.028 anni
5	1.234 anni
4	119 anni
3	Più di 3 anni
2	Più di 2 mesi
1	Una settimana e mezza
0	Più di mezza settimana

Sembra davvero impossibile centrare un buon risultato, eppure qualcuno ci riesce. Spesso quando qualcuno realizza un tre ha l'illusione di essere stato ad un passo dal colpaccio, ma la matematica è inesorabile e la differenza tra tre anni e tre milioni di anni è davvero tanta, d'altra parte basta vedere la differenza in denaro delle quote per capire di essere molto lontani dall'obbiettivo.

Volete un altro esempio sulla enorme difficoltà a centrare il 6? Immaginate di voler giocare un sistema che garantisca il 6 con una probabilità del 50%; se vi chiedessero a bruciapelo quanti numeri sono necessari per ottenere una simile probabilità, presumibilmente rispondereste 45, cioè la metà dei 90 numeri del lotto. La risposta è sbagliata, infatti con 45 numeri si possono creare solo

$$\binom{45}{6} = 8.145.060$$

combinazioni che garantiscono una probabilità pari ad appena

$$\frac{\binom{45}{6}}{\binom{90}{6}} \cdot 100 = \frac{8.145.060}{622.614.630} \cdot 100 = 1{,}31\%$$

Per avere invece una probabilità del 50% bisognerebbe sviluppare un sistema che fornisca un numero di combinazioni pari ad almeno la metà di 622.614.630 cioè 311.307.315 e questo è possibile solo se si giocano ben 81 numeri sui 90 del lotto. Infatti con 80 la probabilità è:

$$\frac{\binom{80}{6}}{\binom{90}{6}} \cdot 100 = \frac{300.500.200}{622.614.630} \cdot 100 = 48{,}26\%$$

mentre con 81 la probabilità vale:

$$\frac{\binom{81}{6}}{\binom{90}{6}} \cdot 100 = \frac{324.540.216}{622.614.630} \cdot 100 = 52{,}12\%$$

Questi sono tutti discorsi statistici e nulla hanno a che fare con l'imponderabile fortuna. Continuate a giocare forse un giorno chissà riuscirete a scegliere da una torre di fogli di carta da fotocopiatrice alta 67 km quello giusto. Buona fortuna...