Paradosso 1

Dimostriamo che 2=1!

Supponiamo di avere due numeri a e b tali che

$$a = b \tag{1}$$

allora possiamo scrivere

$$a^2 = ab \tag{2}$$

sottraendo la quantità b^2 ad ambo i membri si ottiene

$$a^2 - b^2 = ab - b^2 \tag{3}$$

che può essere scritta anche

$$(a+b)(a-b) = b(a-b) \tag{4}$$

semplificando ad ambo i membri si ottiene

$$(a+b) = b \tag{5}$$

che per la (1) diventa

$$2b = b \tag{6}$$

cioè

$$2 = 1 \tag{7}$$

Dov'è l'errore?

Paradosso 2

Dimostriamo che tutti i numeri sono uguali!

Partiamo dal presupposto che siano diversi, cioè supponiamo di avere due numeri *a* e *b* tali che

$$a \neq b \tag{1}$$

e sia *c* la loro media

$$c = \frac{a+b}{2} \tag{2}$$

per la (2) possiamo scrivere

$$a + b = 2c \tag{3}$$

con qualche passaggio si ottiene:

$$(a+b)(a-b) = 2c(a-b) \tag{4}$$

$$a^2 - b^2 = 2ac - 2bc \tag{5}$$

$$a^2 - 2ac = b^2 - 2bc \tag{6}$$

aggiungendo c^2 ad ambo i membri si ottiene

$$a^2 - 2ac + c^2 = b^2 - 2bc + c^2 \tag{7}$$

$$(a-c)^2 = (b-c)^2 \tag{8}$$

$$a - c = b - c \tag{9}$$

e in definitiva

$$a = b \tag{10}$$

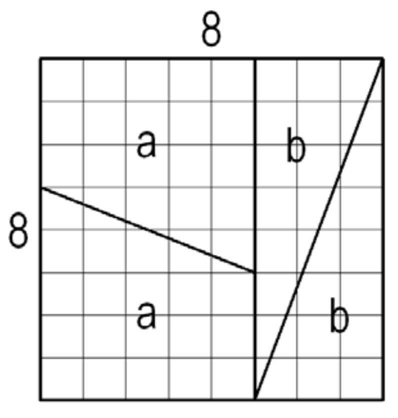
cioè *a* e *b* sono uguali contro l'ipotesi iniziale.

Dov'è l'errore?

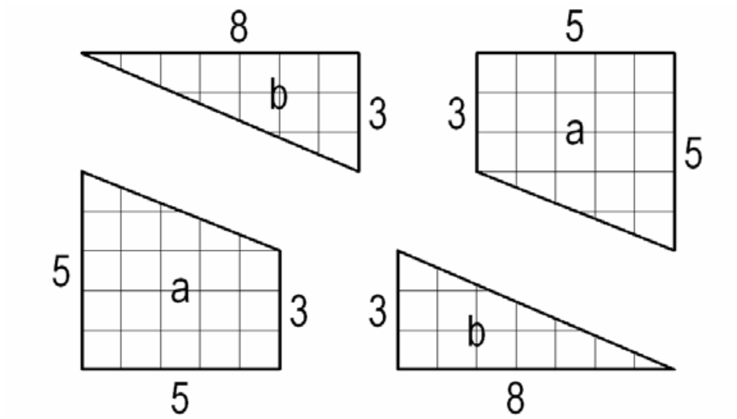
Paradosso 3

Trasformando un quadrato in un rettangolo l’area aumenta!

Su un foglio di carta quadrettata da 1cm disegnate un quadrato di dimensioni 8x8cm e dividetelo in quattro parti formate da due trapezi rettangoli e due triangoli rettangoli come in figura



Dalle figure così ottenute si possono creare due triangoli rettangoli di cateti 5cm e 13cm, così composti



L’area del quadrato originario è pari a:

$$A = l^2 = 8^2 = 64\,\text{cm}^2$$

L’area dei due triangoli composti vale invece:

$$A = 2\frac{b \cdot h}{2} = b \cdot h = 13 \cdot 5 = 65\,\text{cm}^2$$

Come mai da una figura più piccola siamo riusciti ad ottenerne una più grande?

Paradosso 4

Dimostriamo con gli integrali che 0=1!

Consideriamo l'integrale

$$I = \int \frac{dx}{x} \tag{1}$$

applicando la formula di integrazione per parti si ottiene

$$I = \int 1 \cdot \frac{1}{x} dx = x \cdot \frac{1}{x} - \int x \left(-\frac{1}{x^2} \right) dx \tag{2}$$

ovvero

$$I = 1 + \int \frac{1}{x} dx = 1 + I \tag{3}$$

eliminando *I* ad ambo i membri si ottiene in definitiva

$$0 = 1 \tag{4}$$

Dov'è l'errore?

Paradosso 5

Tutti i punti di una circonferenza sono equidistanti dal centro e da qualsiasi altro punto interno ad essa.

Consideriamo l'equazione della circonferenza di centro $C \equiv (\alpha,0)$ e raggio *r*.

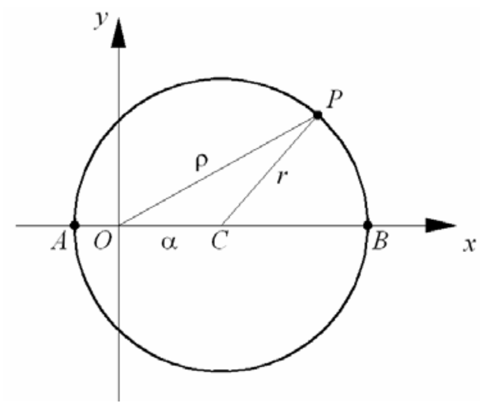
$$(x-\alpha)^2 + y^2 = r^2 \tag{1}$$

che possiamo anche scrivere

$$x^2 + y^2 = 2\alpha x - \alpha^2 + r^2 \tag{2}$$

se indichiamo con ρ la distanza di un punto qualsiasi $P \equiv (x,y)$ della circonferenza dall'origine *O* del nostro sistema di riferimento si ha

$$\rho^2 = x^2 + y^2 \tag{3}$$



Sostituendo la (3) nella (2) si ha

$$\rho^2 = 2\alpha x - \alpha^2 + r^2 \tag{4}$$

derivando rispetto ad *x* ambo i membri della (4), otteniamo:

$$2\rho \frac{d\rho}{dx} = 2\alpha \tag{5}$$

ovvero

$$\frac{d\rho}{dx} = \frac{\alpha}{\rho} \tag{6}$$

Se la circonferenza avesse centro nell'origine si avrebbe $\alpha = 0$ e quindi

$$\frac{d\rho}{dx} = 0 \tag{7}$$

$$\rho = r = cost \qquad (8)$$

cioè ρ coinciderebbe con il raggio della circonferenza e tutti i punti di essa sarebbero equidistanti dal centro.

Se la circonferenza non ha centro nell'origine, allora la (6) è sempre positiva

$$\frac{d\rho}{dx} > 0 \qquad (9)$$

e quindi la funzione

$$\rho = \rho(x) \qquad (10)$$

risulta essere sempre crescente. In altre parole dato che la derivata (6) non si annulla, la (10) non ammette nessun massimo o minimo.

Ciò è in contraddizione con la realtà, infatti come si vede dalla stessa figura i punti *A* e *B* costituiscono rispettivamente un minimo ed un massimo per la (10).

Come si può spiegare questa apparente contraddizione?