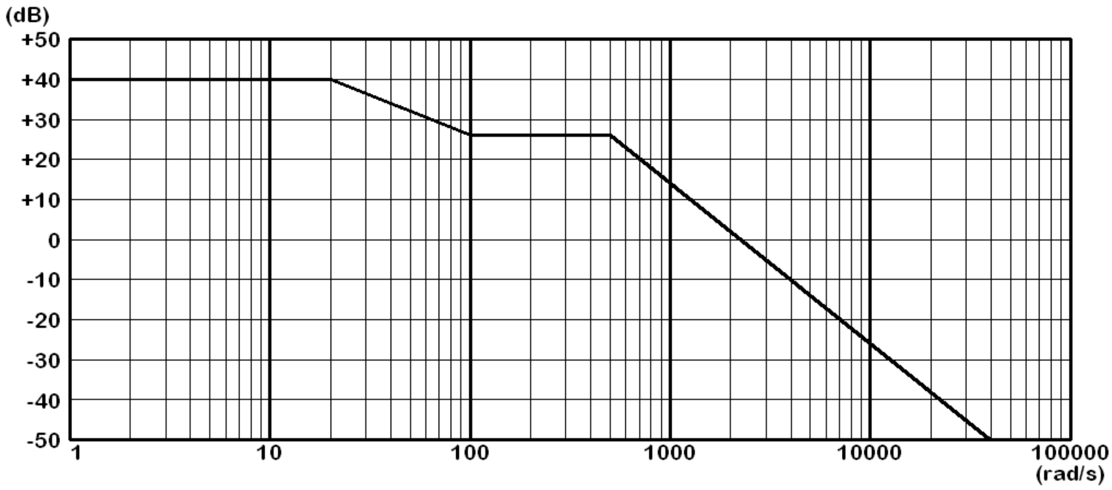
Classe	*5ª Elettronici*
Materia	*Sistemi*
Argomento	*Funzioni di trasferimento*

Esercizio

Dato il diagramma di Bode asintotico in figura, determinare la funzione di trasferimento e calcolare il valore effettivo del modulo per:

$$\omega = 10 - 10^2 - 10^3 - 10^4 - 10^5 \text{ rad/s}$$

Realizzare infine un circuito in grado di fornire tale f.d.t.



❖

La f.d.t. rappresentata possiede un primo tratto costante e poi decresce con una pendenza di -20 db/decade a partire da 20 rad/s fino a 100 rad/s. Poi l'andamento è costante fino a 500 rad/s e infine decresce con pendenza di -40 db/decade.

Pertanto la funzione data avrà:

(rad/s)	Tipo	Ordine
20	**POLO**	**1**
100	**ZERO**	**1**
500	**POLO**	**2**

La f.d.t. sarà pertanto del tipo:

$$F(s) = K_B \frac{1 + \frac{s}{z_1}}{\left(1 + \frac{s}{p_1}\right)\left(1 + \frac{s}{p_2}\right)^2} \tag{1.1}$$

essendo

$$20\log K_B = 40\,\text{dB} \tag{1.2}$$

risulta

$$K_B = 100 \tag{1.3}$$

e con i valori indicati in tabella si ha:

$$F(s) = 100\frac{1+\dfrac{s}{100}}{\left(1+\dfrac{s}{20}\right)\left(1+\dfrac{s}{500}\right)^2} \tag{1.4}$$

Il modulo della (1.4) è dato da

$$\left|F(j\omega)\right|_{\text{dB}} = 20\log\left(100\sqrt{\frac{1+\dfrac{\omega^2}{10^4}}{\left(1+\dfrac{\omega^2}{4\cdot 10^2}\right)\left(1+\dfrac{\omega^2}{25\cdot 10^4}\right)^2}}\right) \tag{1.5}$$

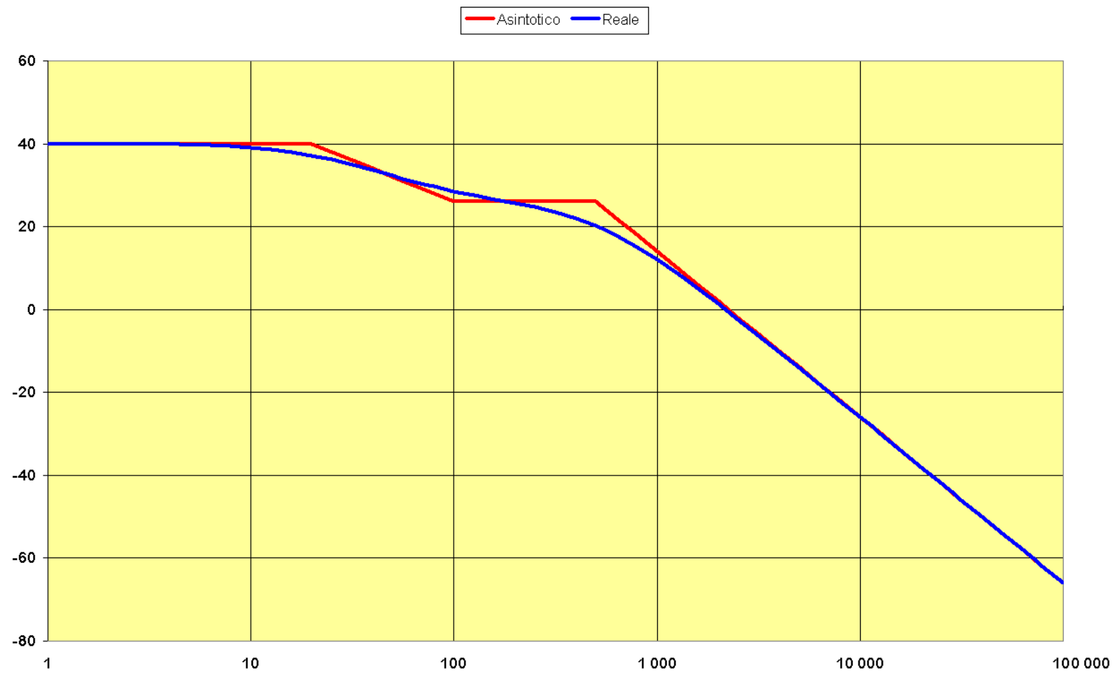
che può essere scritta anche:

$$\left|F(j\omega)\right|_{\text{dB}} = 40 - 10\log\left(1+\frac{\omega^2}{4\cdot 10^2}\right) + 10\log\left(1+\frac{\omega^2}{10^4}\right) - 20\log\left(1+\frac{\omega^2}{25\cdot 10^4}\right) \tag{1.6}$$

Sostituendo i valori cercati nella (1.6) si ottiene:

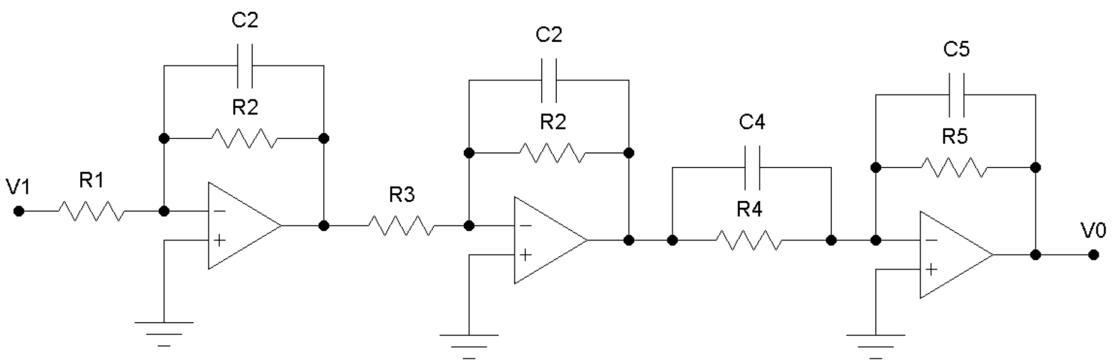
(rad/s)	|F(j)| (dB)
1	**39,99**
10	**39,07**
20	**37,15**
100	**28,52**
500	**20,16**
1000	**12,08**
10000	**-26,04**
100000	**-66,02**

La figura sottostante mostra la differenza tra l'andamento reale e quello asintotico della funzione di trasferimento.



Per costruire un circuito che possieda tale f.d.t., è necessario utilizzare tre filtri semplici con amplificatori operazionali; due filtri introdurranno due poli e l'ultimo introdurrà il terzo polo e l'unico zero della f.d.t.

Una possibile realizzazione circuitale potrebbe quindi essere la seguente:



Infatti con riferimento alla figura, la f.d.t. del circuito è:

$$\frac{V_0}{V_1} = -\frac{R_2^2 R_5}{R_1 R_3 R_4} \cdot \frac{1 + sR_4C_4}{\left(1 + sR_5C_5\right)\left(1 + sR_2C_2\right)^2} \tag{1.7}$$

Nella (1.7) il segno "meno" non è significativo ai fini della risposta in frequenza in quanto riguarda lo sfasamento tra ingresso e uscita.

Affinché la (1.7) coincida con la (1.4) deve essere:

$$\begin{cases} \dfrac{R_2^2 R_5}{R_1 R_3 R_4} = 100 \\ R_4 C_4 = \dfrac{1}{100} \\ R_5 C_5 = \dfrac{1}{20} \\ R_2 C_2 = \dfrac{1}{500} \end{cases}$$

Una possibile soluzione è:

$$R_1 = 10\,\text{k}\Omega; \quad R_2 = 20\,\text{k}\Omega; \quad R_3 = 20\,\text{k}\Omega; \quad R_4 = 1\,\text{k}\Omega;$$
$$R_5 = 50\,\text{k}\Omega; \quad C_2 = 100\,\text{nF}; \quad C_4 = 10\,\mu\text{F}; \quad C_5 = 1\,\mu\text{F};$$