

Classe	4 ^a Elettronici
Materia	Telecomunicazioni
Argomento	Linee di trasmissione

Esercizio

Una linea di trasmissione ha le seguenti costanti primarie:

$$R = 40 \Omega / km$$

$$L = 5 mH / km$$

$$G = 1 \mu S / km$$

$$C = 24 nF / km$$

Determinare l'impedenza caratteristica Z_0 , la costante di propagazione γ , la lunghezza d'onda λ e la velocità di trasmissione del segnale sapendo che la sua frequenza vale:

$$f = \frac{3000}{\pi} \text{ Hz}$$



L'espressione dell'impedenza caratteristica e della costante di propagazione sono date da:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (1)$$

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (2)$$

dove

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{3000}{\pi} = 6 \text{ krad / s.} \quad (3)$$

Si ha:

$$R + j\omega L = 40 + j6 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 40 + j30 \Omega / km \quad (4)$$

$$G + j\omega C = 1 \cdot 10^{-6} + j6 \cdot 10^3 \cdot 24 \cdot 10^{-9} = 10^{-6} (1 + j144) \cong j144 \cdot 10^{-6} S / km. \quad (5)$$

Trasformando la (4) e la (5) in forma polare si ottiene:

$$|R + j\omega L| = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \Omega / km \quad (6)$$

$$\angle R + j\omega L = \arctg \frac{30}{40} = 0.312 \text{ rad} = 17.89^\circ \quad (7)$$

$$|G + j\omega C| = 10^{-6} \sqrt{1^2 + 144^2} = 144 \cdot 10^{-6} \text{ S/km} \quad (8)$$

$$\angle G + j\omega C = \arctg 144 = 1.564 \text{ rad} = 89,6^\circ \quad (9)$$

Sostituendo le espressioni trovate nella (1) e nella (2) si ottiene:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{50e^{j17.89^\circ}}{144 \cdot 10^{-6} e^{j89.6^\circ}}} = 10^3 \sqrt{\frac{50}{144}} e^{j\frac{17.89^\circ - 89.6^\circ}{2}} = 589.25 e^{-j26.4^\circ} \Omega \quad (10)$$

$$\gamma = \sqrt{(50e^{j17.89^\circ})(144 \cdot 10^{-6} e^{j89.6^\circ})} = 10^{-3} \sqrt{50 \cdot 144} e^{j\frac{17.89^\circ + 89.6^\circ}{2}} = 0.085 e^{j63.2^\circ} \text{ km}^{-1} \quad (11)$$

Ritrasformando le espressioni trovate in coordinate cartesiane si ottiene:

$$Z_0 = R_0 + jX_0 = 589.25(\cos 26.4 - j \sin 26.4) = 528 - j262 \Omega \quad (12)$$

$$\gamma = \alpha + j\beta = 0.085(\cos 63.2^\circ + j \sin 63.2^\circ) = 0.038 + j0.076 \text{ km}^{-1} \quad (13)$$

A questo punto possiamo determinare la lunghezza d'onda:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{0.076} = 82.9 \text{ km} \quad (14)$$

e la velocità del segnale trasmesso:

$$v = \lambda \cdot f = 82.9 \cdot \frac{3000}{\pi} = 79194 \text{ km/s} . \quad (15)$$

www.carlocalo.it