

EQUAZIONE DI SECONDO GRADO

Sia data un'equazione di secondo grado a coefficienti reali:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (1)$$

se la quantità

$$\Delta = b^2 - 4ac \geq 0 \quad (2)$$

è positiva o nulla, allora esistono due valori di x per i quali è soddisfatta l'equazione data. Tali valori si determinano con le seguenti espressioni:

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (3)$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (4)$$

nel caso in cui sia

$$\Delta = 0 \quad (4)$$

allora le soluzioni sono reali e coincidenti:

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} \quad (5)$$

Come si ricavano le espressioni risolutive dell'equazione di secondo grado?

L'operazione è abbastanza semplice, riscriviamo l'equazione (1) nella forma:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \quad (6)$$

Consideriamo l'espressione del quadrato di un binomio:

$$(x + \alpha)^2 = x^2 + 2\alpha x + \alpha^2$$

se poniamo

$$2\alpha = \frac{b}{a}$$

cioè

$$\alpha = \frac{b}{2a}$$

si ha

$$\alpha^2 = \frac{b^2}{4a^2}$$

possiamo allora scrivere la (6) nel seguente modo:

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0 \quad (7)$$

raggruppando i primi tre termini della (7) si ottiene:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} = 0$$

Ovvero

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \quad (8)$$

mettendo a denominatore comune il secondo membro della (8) si ha

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad (9)$$

se la quantità

$$\Delta = b^2 - 4ac \quad (10)$$

è positiva o nulla allora si può estrarre la radice quadrata ad ambo i membri della (9) che diventa

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

e ricavando la x si ha

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

o meglio

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

che è la formula cercata.

www.carlocalo.it